



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre-Diciembre 2021

Nombre: _____

Carné: _____ Sección: _____

Duración: 1 hora 50 minutos

2do. Parcial de Matemáticas I, modalidad “Sólo evaluaciones”

1. [Total: 15 puntos] Sin usar la Regla de L'Hôpital, calcule cada uno de los siguientes límites, indicando explícitamente el tipo de indeterminación que se presente (de ser el caso):

(a) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{sen}(x)}{5x^2 + 3}$.

(c) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + 2x^2}}{2x - 3}$.

(b) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{|x| - \sqrt{3 - 2x}}{x + 3}$.

(d) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - 1)}{x - 1}$.

(e) [3 puntos] $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen}(x)} - \frac{2}{\cos^2(x)} \right)$.

2. [Total: 6 puntos] (a) [3 puntos] Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\tan(x) - \operatorname{sen}(x)}{x^3} = \frac{\operatorname{sen}^3(x)}{(1 + \cos(x)) x^3 \cos(x)}.$$

- (b) [3 puntos] Utilice el resultado anterior para calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \operatorname{sen}(x)}{x^3}.$$

3. [6 puntos] Considere la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-2} & \text{si } x > 3. \end{cases}$$

Determine los valores de a y b para que la función f sea continua en todo su dominio.

4. [4 puntos] Demuestre que la ecuación $x \tan(x) = 1 - x$ tiene al menos una solución real.
5. [4 puntos] Encuentre las ecuaciones de las dos rectas que son tangentes a la parábola $y = x^2 - 4$ y que pasan por el punto $P(0, -5)$.

¡Justifique todas sus respuestas!